

قواعد المشتقة

الدوال الأسية

$$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$$

$$\frac{d}{dx}(e^{f(x)}) = e^{f(x)} f'(x)$$

$$\frac{d}{dx}(a^{f(x)}) = \ln(a) a^{f(x)} f'(x)$$

الدوال اللوغاريتمية

$$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}, x > 0$$

$$\frac{d}{dx}(\ln(g(x))) = \frac{g'(x)}{g(x)}$$

$$\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x \ln a}, x > 0$$

$$\frac{d}{dx}(\log_a g(x)) = \frac{g'(x)}{g(x) \ln a}$$

الدوال المثلثية

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\csc x) = -\csc x \cot x$$

$$\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$$

$$\frac{d}{dx}(\cot x) = -\csc^2 x$$

الدوال المثلثية العكسية

$$\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, x \neq \pm 1$$

$$\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, x \neq \pm 1$$

$$\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = \frac{-1}{1+x^2}$$

$$\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}, x \neq \pm 1, 0$$

$$\frac{d}{dx}(\csc^{-1} x) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}, x \neq \pm 1, 0$$

الدوال الزائدية

$$\frac{d}{dx}(\sinh x) = \cosh x$$

$$\frac{d}{dx}(\cosh x) = \sinh x$$

$$\frac{d}{dx}(\tanh x) = \operatorname{sech}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{csch} x) = -\operatorname{csch} x \coth x$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{sech} x) = -\operatorname{sech} x \tanh x$$

$$\frac{d}{dx}(\coth x) = -\operatorname{csch}^2 x$$

الدوال الزائدية العكسية

$$\frac{d}{dx}(\sinh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\frac{d}{dx}(\cosh^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, x > 1$$

$$\frac{d}{dx}(\tanh^{-1} x) = \frac{1}{1-x^2}, |x| < 1$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{csch}^{-1} x) = \frac{-1}{|x|\sqrt{1+x^2}}, x \neq 0$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{sech}^{-1} x) = \frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}, 0 < x < 1$$

$$\frac{d}{dx}(\coth^{-1} x) = \frac{1}{1-x^2}, |x| > 1$$

$f(x)$	$\int f(x)dx$
--------	---------------

$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, x < 1$	$\sin^{-1} x$
-----------------------------------	---------------

$\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, x < 1$	$\cos^{-1} x$
------------------------------------	---------------

$\frac{1}{1+x^2}$	$\tan^{-1} x$
-------------------	---------------

$\frac{-1}{1+x^2}$	$\cot^{-1} x$
--------------------	---------------

$\frac{1}{ x \sqrt{x^2-1}}, x > 1$	$\sec^{-1} x$
--------------------------------------	---------------

$\frac{-1}{ x \sqrt{x^2-1}}, x > 1$	$\csc^{-1} x$
---------------------------------------	---------------

$f(x)$	$\int f(x)dx$
--------	---------------

$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\sinh^{-1} x$
--------------------------	----------------

$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}, x > 1$	$\cosh^{-1} x$
---------------------------------	----------------

$\frac{1}{1-x^2}, x < 1$	$\tanh^{-1} x$
----------------------------	----------------

$\frac{1}{1-x^2}, x > 1$	$\coth^{-1} x$
----------------------------	----------------

$\frac{-1}{x\sqrt{1-x^2}}, 0 < x < 1$	$\operatorname{sech}^{-1} x$
---------------------------------------	------------------------------

$\frac{-1}{ x \sqrt{1+x^2}}, x \neq 0$	$\operatorname{csch}^{-1} x$
--	------------------------------

التعويض المثلثي والزائدي

Let $x = \frac{a}{b} \tan \theta$

Or Let $x = \frac{a}{b} \sinh \theta$

$$\sqrt{b^2 x^2 + a^2}$$

Let $x = \frac{a}{b} \sec \theta$

Or Let $x = \frac{a}{b} \cosh \theta$

$$\sqrt{b^2 x^2 - a^2}$$

Let $x = \frac{a}{b} \sin \theta$

Or Let $x = \frac{a}{b} \cos \theta$

$$\sqrt{a^2 - b^2 x^2}$$

Hyperbolic sine

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

Hyperbolic cosine

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Hyperbolic tangent

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

Hyperbolic cotangent

$$\coth x = \frac{\cosh x}{\sinh x} = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

Hyperbolic secant

$$\operatorname{sech} x = \frac{1}{\cosh x} = \frac{2}{e^x + e^{-x}}$$

Hyperbolic cosecant

$$\operatorname{csch} x = \frac{1}{\sinh x} = \frac{2}{e^x - e^{-x}}$$

جدول يلخص أهم المتطابقات المثلثية والزائدية

المتطابقات الزائدية		المتطابقات المثلثية
$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ $\sinh^2 x = \cosh^2 x - 1$ $\cosh^2 x = 1 + \sinh^2 x$ $\sec^2 x = 1 + \tanh^2 x$ $\csc^2 x = \coth^2 x - 1$	متطابقات أساسية	$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ $\sec^2 x = 1 + \tan^2 x$ $\csc^2 x = 1 + \cot^2 x$
$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x$ $\cosh 2x = \cosh^2 x + \sinh^2 x$ $= 2 \cosh^2 x - 1$	متطابقات ضعف الكمية	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $= 2 \cos^2 x - 1$

علاقات متطابقة جبرية

$$\sin x = \frac{1}{\csc x} \Rightarrow \csc x = \frac{1}{\sin x} \Rightarrow \sin x \cdot \csc x = 1$$

$$\cos x = \frac{1}{\sec x} \Rightarrow \sec x = \frac{1}{\cos x} \Rightarrow \cos x \cdot \sec x = 1$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{\cot x} \Rightarrow \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\tan x} \Rightarrow \tan x \cdot \cot x = 1$$

$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$\sec^2 x - \tan^2 x = 1$$

$$\csc^2 x - \cot^2 x = 1$$

يمكن أن تكون الزاوية أي رمز رياضي
مثل θ أو y أو $2x$..
المهم أن تكون لكلا الحدين نفس الزاوية..

$$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$$

$$\cos 2x$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x$$

$$2\cos^2 x - 1$$

$$1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin^2 x =$$

$$1 - \cos^2 x$$

$$\frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$

$$\cos^2 x =$$

$$1 - \sin^2 x$$

$$\frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

ملاحظة هامة

عند رفع الدالة المثلثية إلى أس معين، فهذا الأس لا يدخل له في الزاوية، حيث نلاحظ أن كثير من الطلبة يخطئون فيضعون التربيع أو التكعب على زاوية الدالة المثلثية.
فلاحظ

$$(\cos x)^2 = \cos^2 x \Rightarrow \text{صح}$$

$$(\cos x)^2 = \cos x^2 \Rightarrow \text{خطأ}$$